



Mikroekonomia B.1



Mikołaj Czajkowski

Materiały i informacje

czaj.org



Mikroekonomia

▶ Wykłady:

- ▶ poniedziałek 09:45-11:20 – aula A, dr Maciej Sobolewski
- ▶ środa 15:00-16:35 – aula A, dr hab. Mikołaj Czajkowski, prof. UW
- ▶ poniedziałek 13:15-14:50 – aula B, dr hab. Ewa Aksman

▶ Dyżur – email

Podręczniki

▶ **podstawowe**

- ▶ Varian, H. R., Intermediate Microeconomics with Calculus: A Modern Approach, Norton, 2014

▶ **uzupełniająca**

- ▶ [Varian, H., Mikroekonomia, Kurs średni - ujęcie nowoczesne, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2013, ed. 4](#)
- ▶ Perloff, J. M., Microeconomics: Theory and Applications with Calculus, Prentice Hall, 2013
- ▶ Nicholson, W., Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions, Cengage Learning, 2011, ed. 11
- ▶ Besanko, D., R. R. Braeutigam, Microeconomics, Wiley, 2010, ed. 4
- ▶ Browning, E. K., Zupan M. A., Microeconomics: Theory and Applications, Wiley, 2011, ed. 11

▶ **uzupełniająca ('beletrystyka')**

- ▶ Pindyck, R., D. Rubinfeld, Microeconomics, Prentice Hall, 2012, wyd. 8
- ▶ Mansfield, E., G. Yohe, Microeconomics: Theory and Applications, Norton, 2004, wyd. 11
- ▶ Hubbard, G., A. O'Brien, Microeconomics, 2012, wyd. 4
- ▶ O'Sullivan, A., S. Sheffrin, S. Perez, Microeconomics: Principles, Applications, and Tools, Prentice Hall, 2011, wyd. 7
- ▶ McConnell, C., S. Brue, S. Flynn, Microeconomics, Irwin/McGraw-Hill, 2014, wyd. 20
- ▶ Case, K., R. Fair, S. Oster, Principles of Microeconomics, Prentice Hall, 2011, wyd. 9

Podręczniki

▶ uzupełniające ('hardcore')

- ▶ Mas-Colell, A., M. D. Whinston, J. R. Green, *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995
- ▶ Jehle, G. A., P. J. Reny, *Advanced Microeconomic Theory*, Addison Wesley, 2011, wyd. 3
- ▶ Varian, H. R., *Microeconomic Analysis*, W. W. Norton & Co., wyd. 3

▶ uzupełniające ('na kłopoty z matematyką')

- ▶ Sydsæter, K., P. Hammond, *Essential Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2012, wyd. 4
- ▶ Sydsæter, K., P. Hammond, A. Seierstad, A. Strøm, *Further Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, 2008, wyd. 2

▶ zadania

- ▶ zadania i testy dostępne na stronie przedmiotu
- ▶ Varian, H., T. Bergstrom, *Workouts in intermediate microeconomics: For intermediate microeconomics and intermediate microeconomics with calculus*, ninth edition, Norton, 2014
- ▶ [Bergstrom, T., H. Varian, *Mikroekonomia, ćwiczenia*, PWN 2003](#)
- ▶ [dodatkowe materiały przygotowujące do egzaminu](#)

Zasady zaliczenia – przedmiot

- ▶ Zasady zaliczenia – patrz cza.j.org
- ▶ **Zaliczenie przedmiotu Mikroekonomia B** odbywa się na podstawie pisemnego egzaminu końcowego.
 - ▶ Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest wcześniejsze zaliczenie ćwiczeń. Przystąpienie do egzaminu bez zaliczonych ćwiczeń unieważnia jego wynik.
 - ▶ Zaliczenie przedmiotu wymaga zdobycia na egzaminie co najmniej 50% możliwych punktów.
 - ▶ Ocena końcowa z przedmiotu wyznaczana jest na podstawie następującego wzoru: $0,7 \cdot (\text{procentowy wynik z egzaminu}) + 0,3 \cdot (0,25 \cdot (\text{ocena z ćwiczeń}) - 0,25)$
 - ▶ Egzamin:
 - ▶ Ma formę testu jednokrotnego wyboru.
 - ▶ Za błędne odpowiedzi przyznawane są punkty ujemne, w wysokości zapewniającej zerową wartość oczekiwaną udzielania losowych odpowiedzi ('strzelania').
- ▶ Egzamin 2016-06-20, Audytorium Maximum, 17:00-20:00

Punkty ujemne? ☹️

- ▶ Punkty ujemne, ponieważ:
 - ▶ Umiejący więcej nie są poszkodowani
 - ▶ Możliwość weryfikacji rzeczywistego opanowania materiału
 - ▶ Test ujawnia większą ilość informacji
- ▶ Strategicznie – opłaca się strzelać, gdy jest się w stanie wyeliminować choć jedną błędną odpowiedź
- ▶ Egzamin – zadania, pytania teoretyczne
- ▶ Skala ocen:

Punkty (%)	Ocena
<50-60)	3
<60-70)	3,5
<70-80)	4
<80-90)	4,5
<90-100)	5
100	5!

Zasady zaliczenia – ćwiczenia

- ▶ **Zaliczenie ćwiczeń z Mikroekonomii B** odbywa się na podstawie pisemnego kolokwium końcowego (70%) i punktów możliwych do zdobycia na zajęciach (30%).
 - ▶ Kolokwium końcowe odbywa się w formie pisemnej i składa się z 3 zadań i 10 pytań testowych jednokrotnego wyboru.
 - ▶ Prowadzący ćwiczenia ustala i na początku semestru podaje do wiadomości studentów kryteria przyznawania punktów możliwych do zdobycia na zajęciach (kolokwia śródsemestralne, kartkówki, prace domowe, aktywność, obecność itp.) i inne warunki konieczne zaliczenia (np. obecności).
 - ▶ Kolokwium poprawkowe odbywa się po pierwszym terminie egzaminu, a przed egzaminem poprawkowym.
 - ▶ Grupy ćwiczeniowe oznaczone gwiazdką to grupy ‘dla ambitnych studentów’ (*honors students*) – w grupach tych realizowany jest ten sam program i przygotowują one do tego samego egzaminu, ale na zajęciach mogą pojawiać się trudniejsze problemy rozwiązywane przy pomocy bardziej zaawansowanych metod matematycznych. Udział w tych grupach jest dobrowolny, a uczestnictwo w nich odnotowywane w suplemencie do dyplomu ukończenia studiów.

Zasady zaliczenia – inne

▶ **Inne zasady:**

- ▶ Możliwe terminy organizacji kolokwiów i egzaminów określa regulamin WNE UW, w szczególności – planowany okres sesji i sesji poprawkowej określony w [Kalendarzu Akademickim WNE](#)
- ▶ Wszystkich studentów roku obowiązuje wspólny termin egzaminu i egzaminu poprawkowego, a studentów każdej grupy ćwiczeniowej – wspólny termin kolokwium i kolokwium poprawkowego. Nie przewiduje się innych terminów i innych sposobów zaliczenia (taka ewentualność możliwa jest tylko w uzasadnionych przypadkach i tylko decyzją Dziekana).
- ▶ Nieobecność na egzaminie lub kolokwium w oznaczonym terminie jest równoznaczna z jego niezaliczeniem (NK).
- ▶ Zajęcia w języku angielskim realizują ten sam program i podlegają tym samym zasadom zaliczenia. Egzamin dla studentów polsko i angielskojęzycznych organizowany jest wspólnie – istnieje możliwość wyboru wersji językowej egzaminu.
- ▶ Obowiązuje zasada ‘0 tolerancji dla ściągania’

Zasady zaliczenia – inne zasady

▶ **Inne zasady:**

- ▶ Istnieje możliwość zdobycia punktów 'bonusowych', które dodają się do punktów uzyskanych z egzaminu:
 - ▶ Punkty bonusowe przyznawane są za zgłoszenia błędów w aktualnych materiałach do Mikro B dostępnych na stronie czaj.org;
 - ▶ Liczą się tylko zgłoszenia emailem i tylko pierwsze zgłoszenie danego błędu;
 - ▶ Zgłoszenia przyjmowane są do momentu rozpoczęcia pierwszego terminu egzaminu;
 - ▶ Za 'błąd' uznawane są tylko 'rozsądne' zgłoszenia;
 - ▶ Punkty bonusowe przyznaje się o ile wynik z egzaminu przekroczył 50% i w liczbie nie większej niż zapewniającej 100% wyniku z egzaminu;

Mikroekonomia B

- ▶ **Mikroekonomia B (II)**
 - ▶ Funkcje produkcji
 - ▶ Funkcje kosztów
 - ▶ Optymalny wybór producenta
 - ▶ Doskonała konkurencja
 - ▶ Monopol
 - ▶ Teoria gier
 - ▶ Modele oligopolu



Decyzje produkcyjne firmy

- ▶ **Analogia z wyborem konsumenta:**
 - ▶ Preferencje
 - ▶ Ograniczenie budżetowe
 - ▶ Optymalny wybór maksymalizujący użyteczność
- ▶ **Wybory produkcyjne firmy:**
 - ▶ Technologia produkcji (czynniki, produkty)
 - ▶ Koszty (ceny czynników produkcji)
 - ▶ Optymalny wybór czynników zapewniający daną produkcję
- ▶ Jak zmieniają się łączne koszty ze zmianą wielkości produkcji
- ▶ Jak zmieniają się zyski ze zmianą wielkości produkcji

Funkcje produkcji

- ▶ Czynniki produkcji (*inputs*) -> produkty (*outputs*)
- ▶ Czynniki produkcji:
 - ▶ Kapitał (*capital, K*)
 - ▶ Praca (*labor, L*)
 - ▶ Materiały
 - ▶ Ziemia
 - ▶ ...
- ▶ Funkcja produkcji – obrazuje najwyższą możliwą (efektywną) produkcję z danej kombinacji czynników

$$q = f(K, L)$$

Funkcje produkcji

- ▶ Ujęcie statyczne
- ▶ Jaka możliwość zmiany ilości czynników?
- ▶ Krótki okres (*short run*, SR)
 - ▶ Przynajmniej jeden z czynników stały
- ▶ Długi okres (*long run*, LR)
 - ▶ Wszystkie czynniki zmienne

Krótki okres – jeden czynnik zmienny

$$q = f(L, \bar{K})$$

<i>Amount of Labor (L)</i>	<i>Amount of Capital (K)</i>	<i>Total Output (q)</i>
0	10	0
1	10	10
2	10	30
3	10	60
4	10	80
5	10	95
6	10	108
7	10	112
8	10	112
9	10	108
10	10	100

Analiza wielkości produkcji

- ▶ Średnia produktywność czynnika (*average product*)
 - ▶ Wielkość produkcji na jednostkę czynnika

$$AP_L = \frac{\textit{Produkcja}}{\textit{Ilość Czynnika}} = \frac{q}{L}$$

Analiza wielkości produkcji

- ▶ Krańcowa produktywność czynnika (*marginal product*)
 - ▶ Dodatkowa produkcja spowodowana zwiększeniem zatrudnienia czynnika o jedną jednostkę

$$MP_L = \frac{\Delta \text{Produkcji}}{\Delta \text{Ilości Czynnika}} = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

- ▶ Krańcowa = w granicy = pochodna cząstkowa:

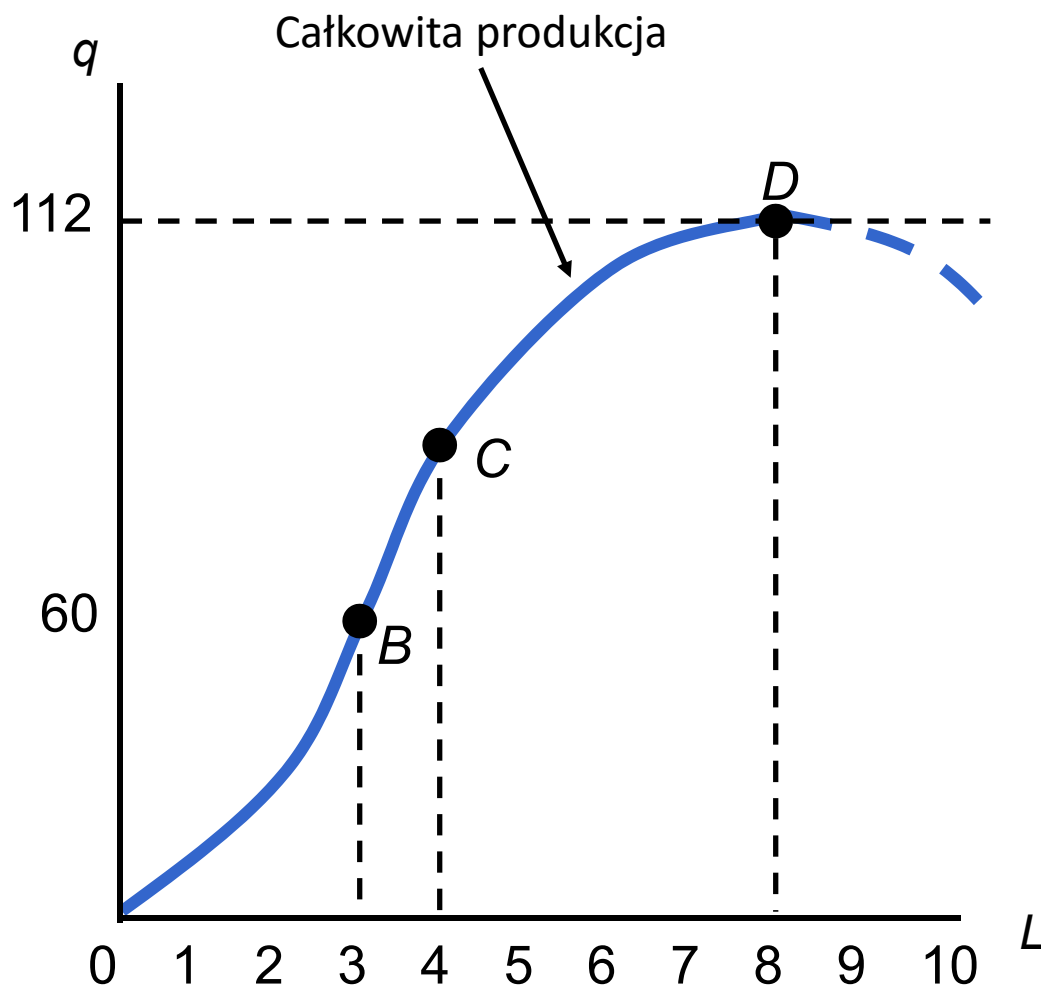
$$MP_L = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta L} = \frac{\partial f(L, \bar{K})}{\partial L}$$

Analiza wielkości produkcji

<i>Amount of Labor (L)</i>	<i>Amount of Capital (K)</i>	<i>Total Output (q)</i>	<i>Average Product (q/L)</i>	<i>Marginal Product ($\Delta q/\Delta L$)</i>
0	10	0	—	—
1	10	10	10	10
2	10	30	15	20
3	10	60	20	30
4	10	80	20	20
5	10	95	19	15
6	10	108	18	13
7	10	112	16	4
8	10	112	14	0
9	10	108	12	-4
10	10	100	10	-8

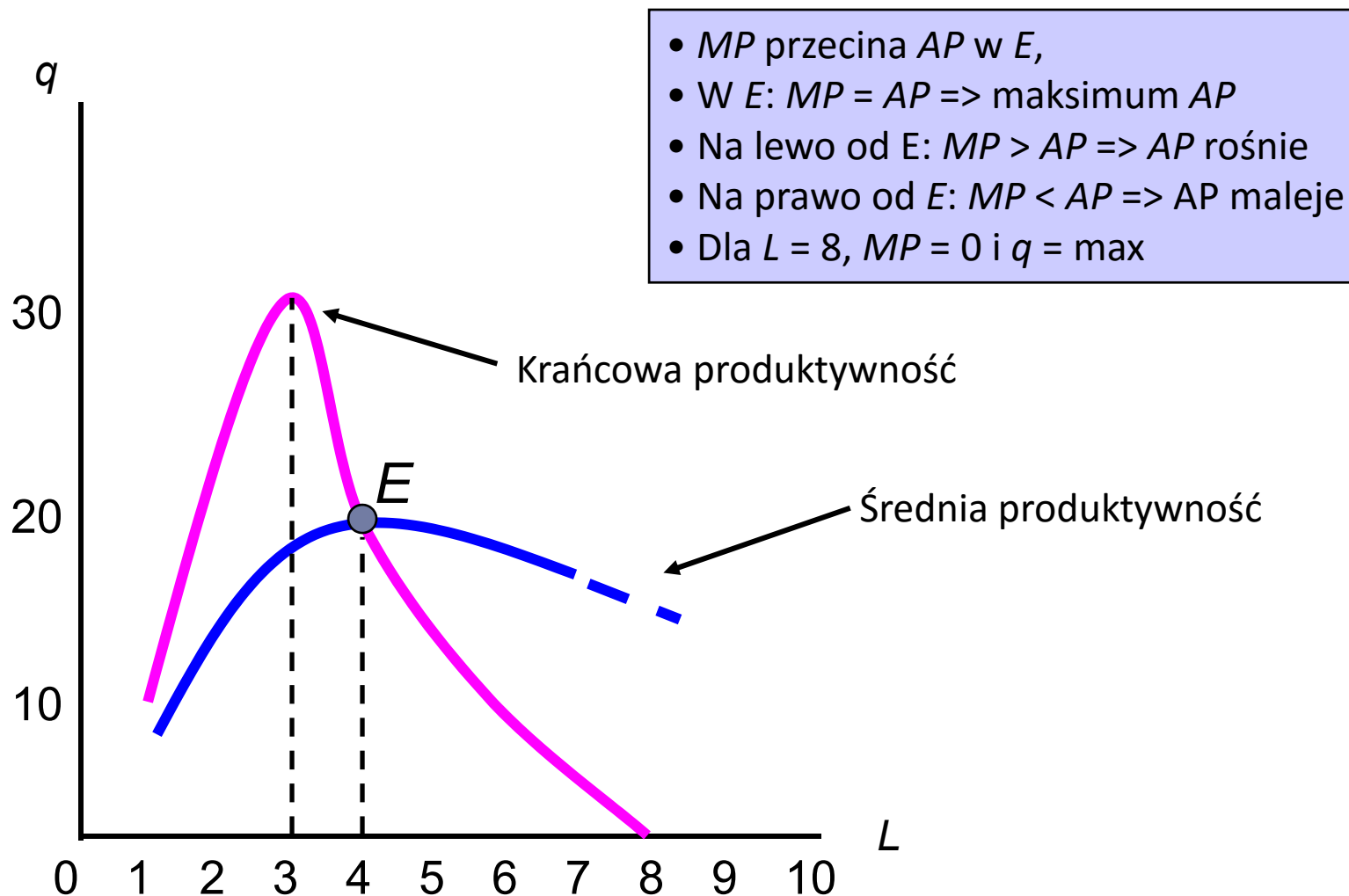


Funkcja produkcji – wykres



D – maksymalna produkcja
 AP – nachylenie półprostej ze środka układu współrzędnych
 MP – nachylenie stycznej w danym punkcie
 C – maksymalne AP
 B – maksymalne MP

Krańcowa i średnia produktywność – wykres



- MP przecina AP w E ,
- W E : $MP = AP \Rightarrow$ maksimum AP
- Na lewo od E : $MP > AP \Rightarrow AP$ rośnie
- Na prawo od E : $MP < AP \Rightarrow AP$ maleje
- Dla $L = 8$, $MP = 0$ i $q = \max$

Krańcowa produktywność

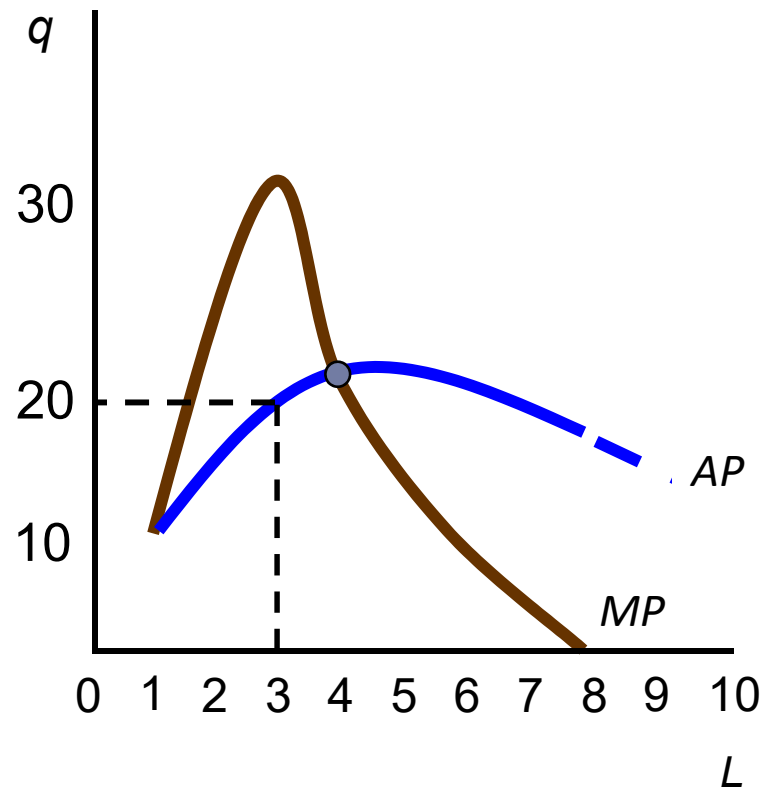
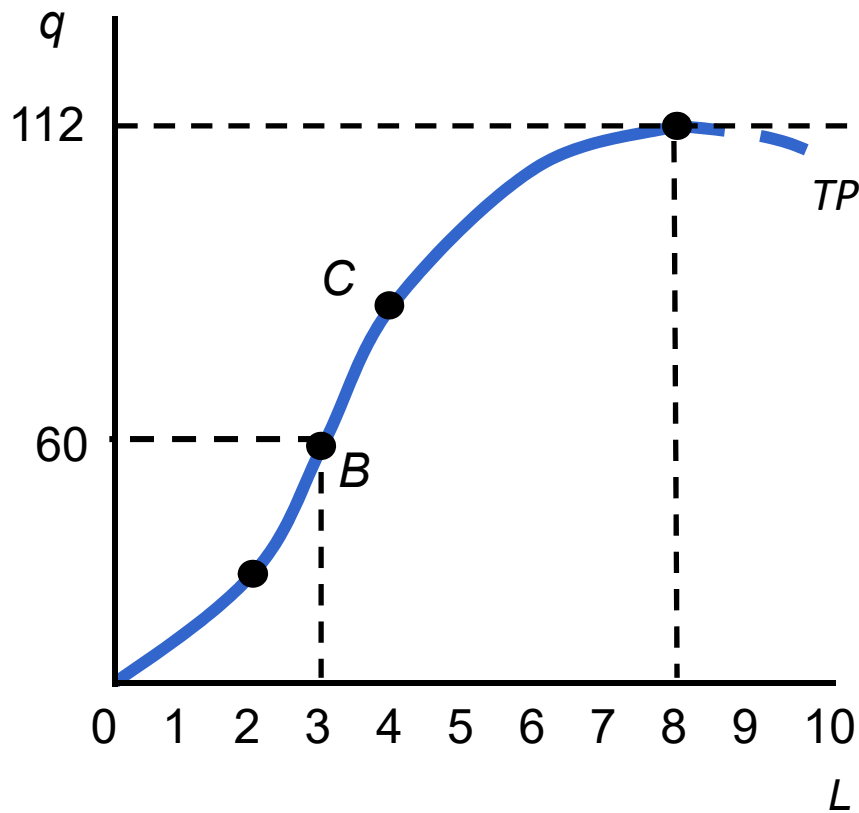
Średnia produktywność

Wykresy funkcji produkcji i produktywności – wnioski

- ▶ Gdy krańcowa produktywność większa od średniej produktywności – średnia produktywność rośnie
- ▶ Gdy krańcowa produktywność mniejsza od średniej produktywności – średnia produktywność maleje
- ▶ Gdy krańcowa produktywność równa zero – produkcja maksymalna (pochodna!)
- ▶ Gdy krańcowa produktywność większa od zera – produkcja rośnie (pochodna!)
- ▶ Krańcowa produktywność przecina średnią produktywność w jej maksimum



Wykresy funkcji produkcji i produktywności – razem



Prawo malejącej produktywności czynników

- ▶ Zwiększając ilość jednego czynnika produkcji i przy pozostałych czynnikach produkcji na stałym poziomie, istnieje punkt, powyżej którego krańcowa produktywność tego czynnika zaczyna maleć
 - ▶ Początkowo krańcowa produktywność może rosnać
 - ▶ Nie musi spadać poniżej zera! (może być malejąca, ale całkowita produkcja nadal będzie rosnać)
 - ▶ Zwykle zachodzi tylko w SR, gdy któryś z czynników stały (krańcowa produktywność jednego czynnika zależy od ilości innych czynników)
 - ▶ Np. ilość wypitej kawy a zdolność do przyswajania nowych informacji

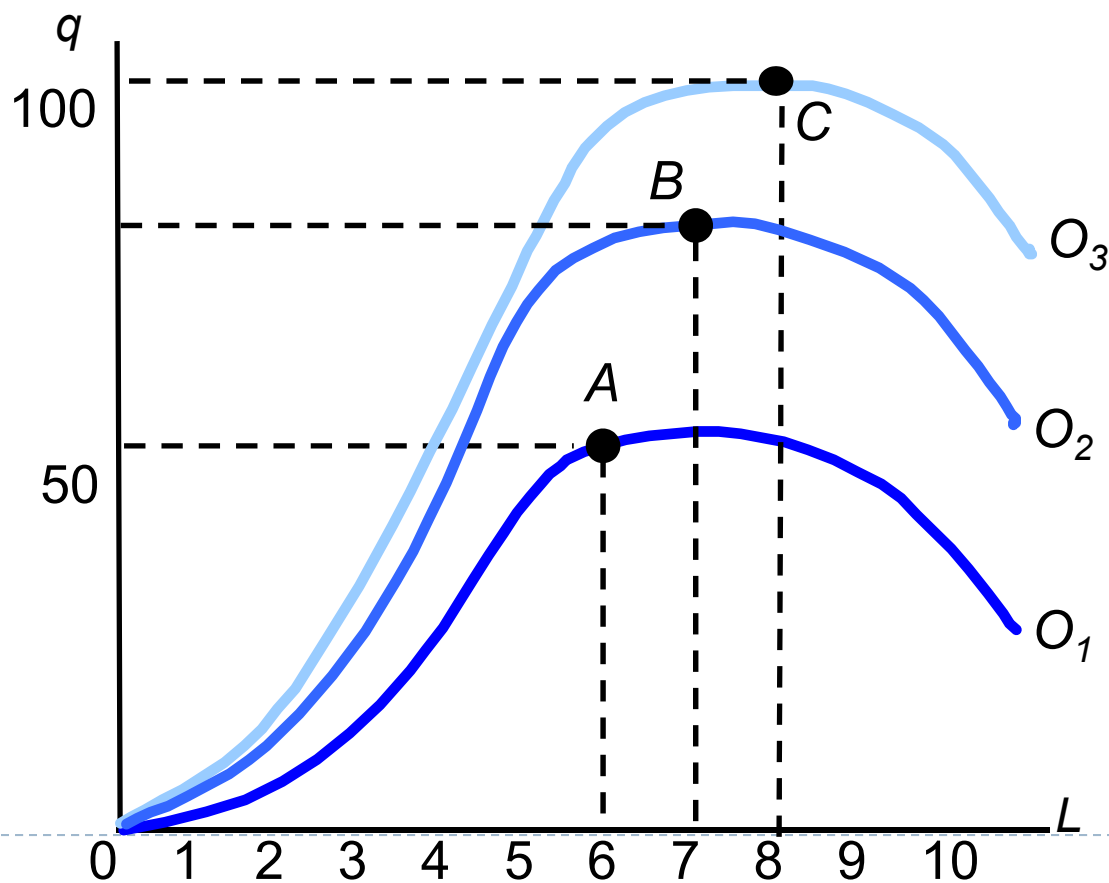
Case study – Adam Smith i fabryka szpilek



- ▶ W *Bogactwie Narodów* Adam Smith używa przykładu fabryki szpilek, aby pokazać jakie mogą być korzyści z podziału pracy:
 - ▶ *Jeden człowiek wyciąga drut, inny go prostuje, trzeci tnie, czwarty ostrzy, piąty szlifuje końcówkę przygotowując do dołączenia główki; zrobienie główki wymaga 2 lub 3 oddzielnych czynności; nałożenie główki jest osobną czynnością, bielenie szpilek kolejną, osobną czynnością jest nawet wkładanie ich do opakowania; i tak wytwarzanie szpilek podzielone jest na 18 różnych czynności.*
- ▶ Dzięki podziałowi pracy – przeciętny pracownik wytwarzał 4800 szpilek dziennie. Smith szacował, że jeden człowiek robiąc wszystkie czynności sam byłby w stanie zrobić tylko około 20 szpilek dziennie.
- ▶ Ta lekcja sprzed 230 lat pokazuje korzyści specjalizacji i podziału pracy.
- ▶ Czy jednak dalszy podział pracy pozwalałby na dalsze zwiększenie produktywności pracowników?

Zmiany technologii

- ▶ Zmiany postaci funkcji
- ▶ Powodują np. przesunięcie całej funkcji produkcji



Przy przejściu z A do B do C , krańcowa produktywność pracy może rosnąć

Case study – Wal-Mart i kontrola zapasów



- ▶ Zmiana technologii niekoniecznie musi dotyczyć produkcji – dla firmy prowadzącej sprzedaż detaliczną czynnikiem ‘produkcji’ może być poziom utrzymywanych zapasów, czyli ilości towaru na półkach i w magazynach. Z jednej strony, utrzymywanie dużych zapasów jest kosztowne, ponieważ oznacza związanie kapitału, którym nie można *obracać*, z drugiej jednak strony, jeśli zapasów jest za mało może to prowadzić do braków, a więc i strat, ponieważ konsumenci nie mogą kupić tego czego nie ma na półce.
- ▶ Zapasy – czynnik produkcji – kosztowny, im więcej tym większa produkcja, powyżej pewnego poziomu malejąca krańcowa produktywność.
- ▶ Zmiany w systemie kontroli zapasów – przykładem zmiany technologii. W ostatnich latach wiele firm przyjmuje system *just-in-time*, w którym dostawy towaru są maksymalnie zsynchronizowane z czasem zapotrzebowania na nie. System zapoczątkowany został przez Toyotę, która wykorzystywała go do zmniejszenia zapasów części do montowania aut. Wal-Mart stosuje podobny system do kontroli zapasów.
- ▶ Sprzedając 15-25% pasty do zębów, pieluch jednorazowych, psiego żarcia i wielu innych artykułów w USA zaangażował wielu producentów w łańcuch dostaw. Np. Procter & Gamble ma bezpośredni, bieżący podgląd wielkości sprzedaży w punktach Wal-Mart i wykorzystuje te informacje do określenia swoich planów produkcji i zaplanowania dostaw.

Case study – malejąca krańcowa produktywność

- ▶ Thomas Robert Malthus (1766-1834)
- ▶ Prawo ludności (*the principle of population*)
 - ▶ Liczba ludności nieograniczona
 - ▶ Wzrost wykładniczy
 - ▶ Produkcja żywności ograniczona
 - ▶ Malejąca krańcowa produktywność
 - ▶ Przyrost co najwyżej liniowy
 - ▶ Wynikiem: nędza mas, ubóstwo, głód, klęski żywiołowe, wojny
 - ▶ Zwolennik wstrzemięźliwości seksualnej i późnego zawierania małżeństw
- ▶ Pesymistyczne poglądy => ekonomia = *dismal science*
 - ▶ [SciShow – The Science of Overpopulation](#)

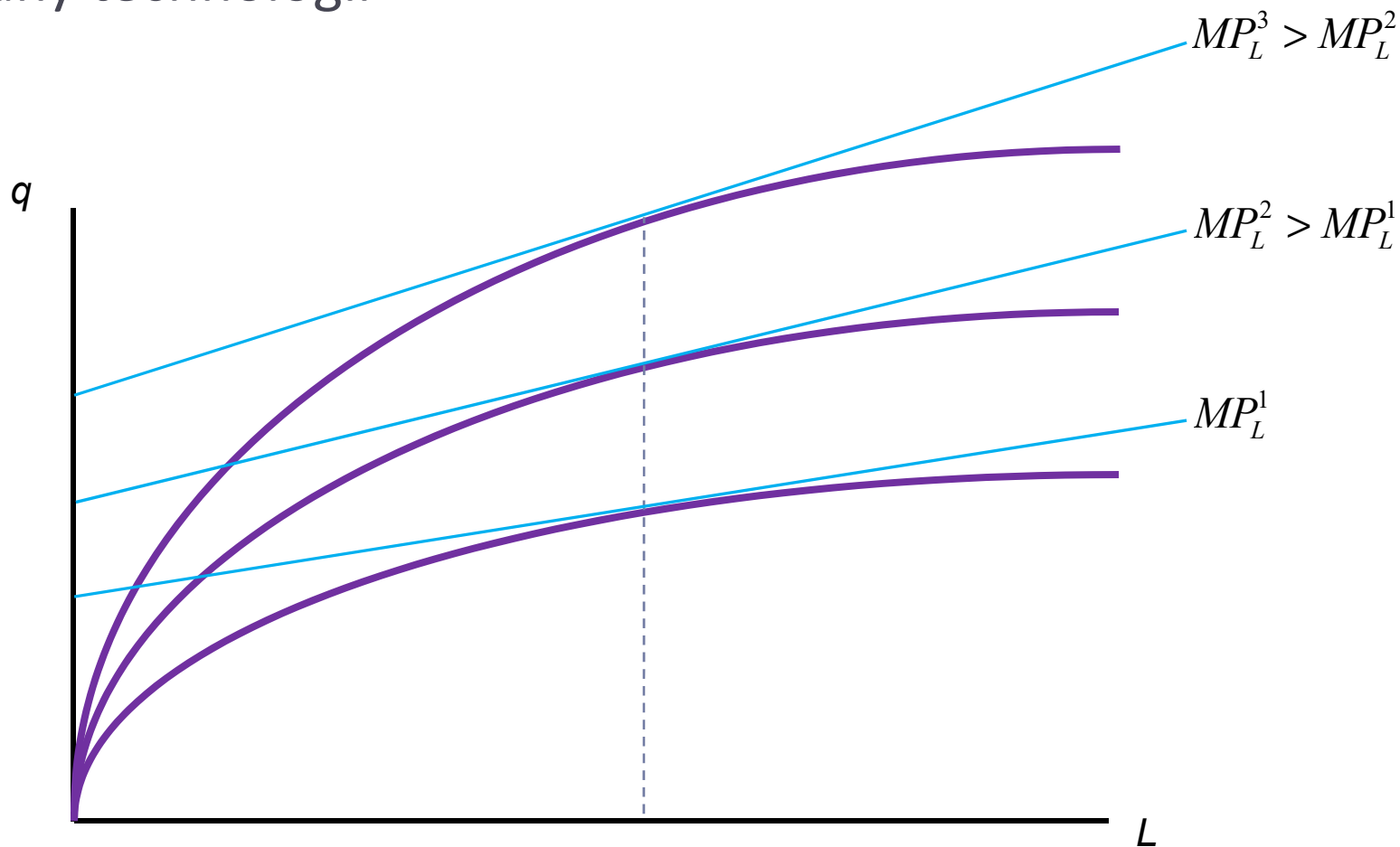


Case study – dlaczego przepowiednie Malthusa się nie sprawdziły?

- ▶ Od czasów Malthusa populacja świata wzrosła o 800%
- ▶ 200 lat temu – większość populacji zatrudniona w rolnictwie
- ▶ Dziś – w USA mniej niż 2%, a produkcja żywności rośnie szybciej niż liczba ludności (od II wojny światowej liczba ludności x2, produkcja żywności x3)
- ▶ Dlaczego nie głodujemy?
 - ▶ Inne czynniki produkcji (nawozy, maszyny rolnicze)
 - ▶ Technologia (praktyka rolnicza, biotechnologia)
 - ▶ Dziś mniejszym nakładem pracy i ziemi można wyprodukować więcej niż kiedyś
 - ▶ W 1880 do wyprodukowania 100 buszli pszenicy potrzebnych było 80 godzin pracy, dziś wystarczą 2

Case study – dlaczego przepowiednie Malthusa się nie sprawdziły?

► Zmiany technologii



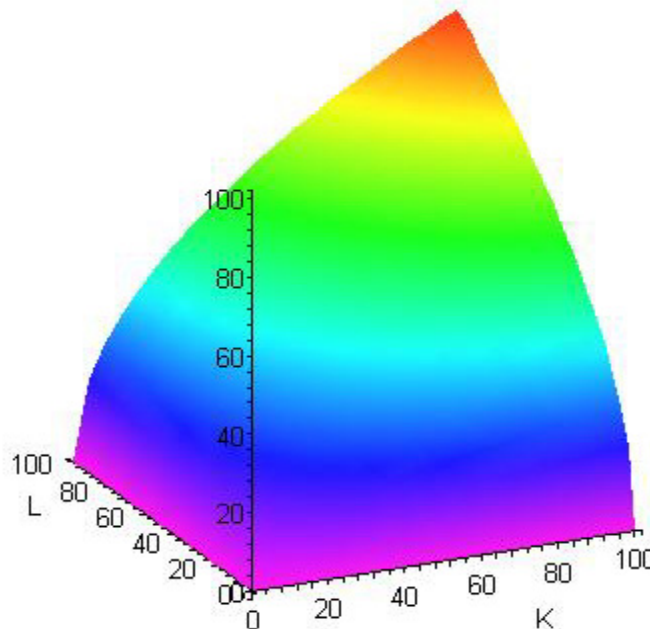


Economists are no longer welcome in Hell.

Funkcje produkcji wielu zmiennych – graficznie

$$q = f(K, L)$$

- ▶ W LR – oba (wszystkie) czynniki zmienne
- ▶ Wartość produkcji – w trzecim wymiarze



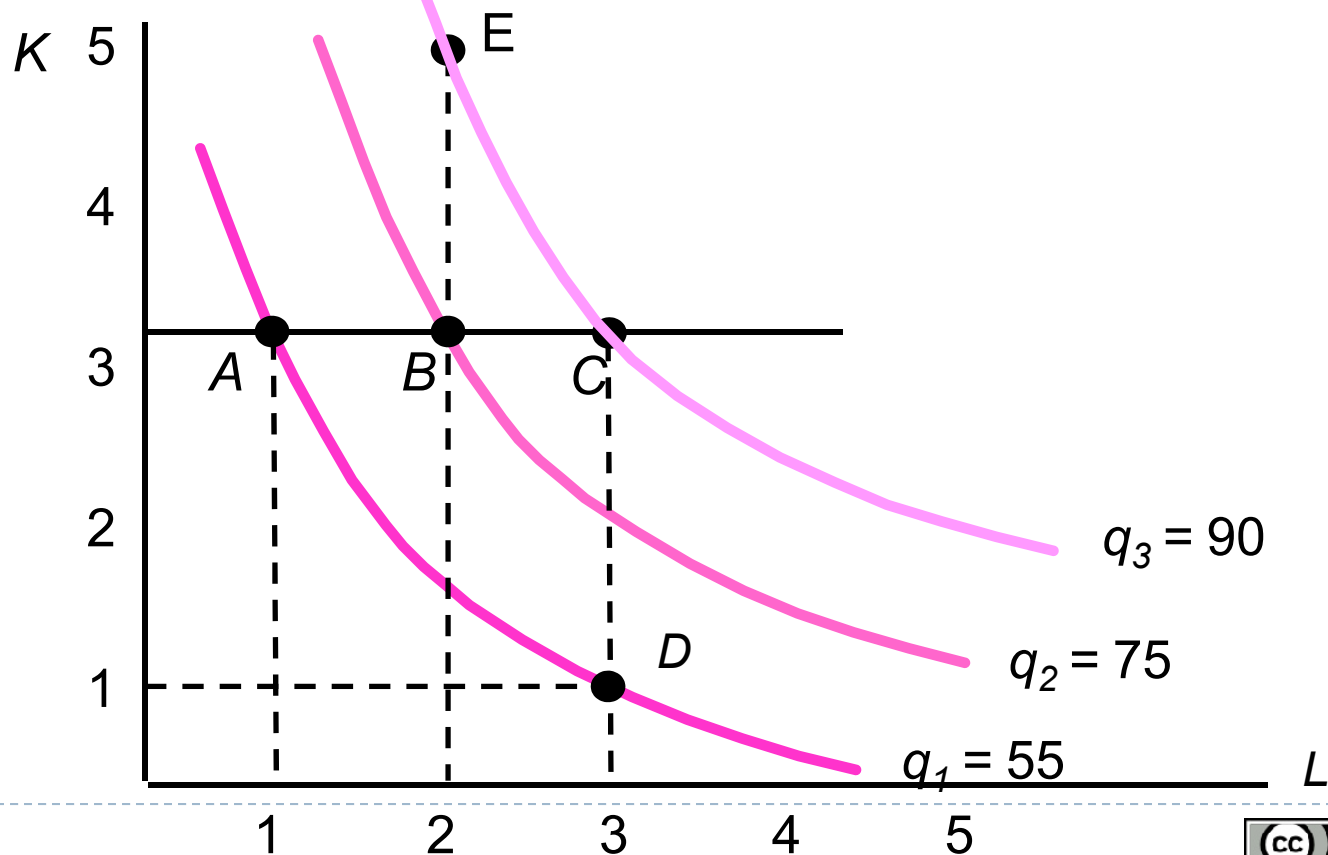
Funkcje produkcji wielu zmiennych – graficznie

<i>Capital Input</i>	<i>Labor Input</i>				
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
1	20	40	55	65	75
2	40	60	75	85	90
3	55	75	90	100	105
4	65	85	100	110	115
5	75	90	105	115	120



Funkcje produkcji wielu zmiennych

- ▶ Izokwanty – poziomicie produkcji, pokazują wszystkie kombinacje czynników, które pozwalają efektywnie wyprodukować tyle samo



Funkcje produkcji wielu zmiennych – graficznie

Funkcje produkcji – przykłady

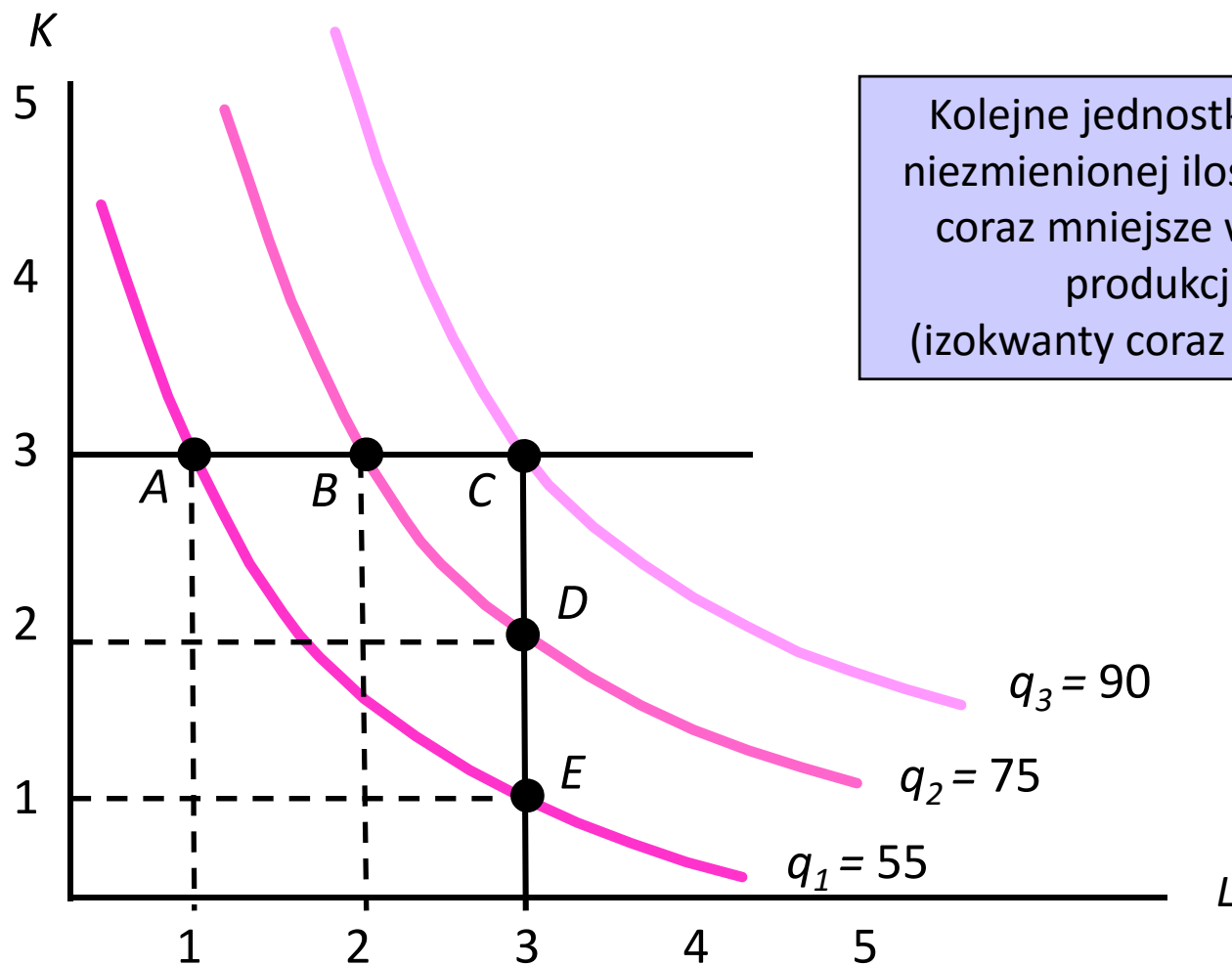


Prawo malejącej krańcowej produktywności

- ▶ Powinno działać dla dowolnej liczby czynników, o ile przynajmniej jeden utrzymywany na stałym poziomie
- ▶ Utrzymując stałą ilość jednego czynnika, zwiększanie drugiego powinno (w końcu) zacząć dawać coraz mniejsze wzrosty produkcji

$$\exists x_1^k \quad \forall x_1 > x_1^k \quad \frac{\partial^2 f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1^2} < 0$$

Prawo malejącej krańcowej produktywności



Kolejne jednostki L przy
niezmienionej ilości K dają
coraz mniejsze wzrosty
produkcji
(izokwanty coraz rzadziej)

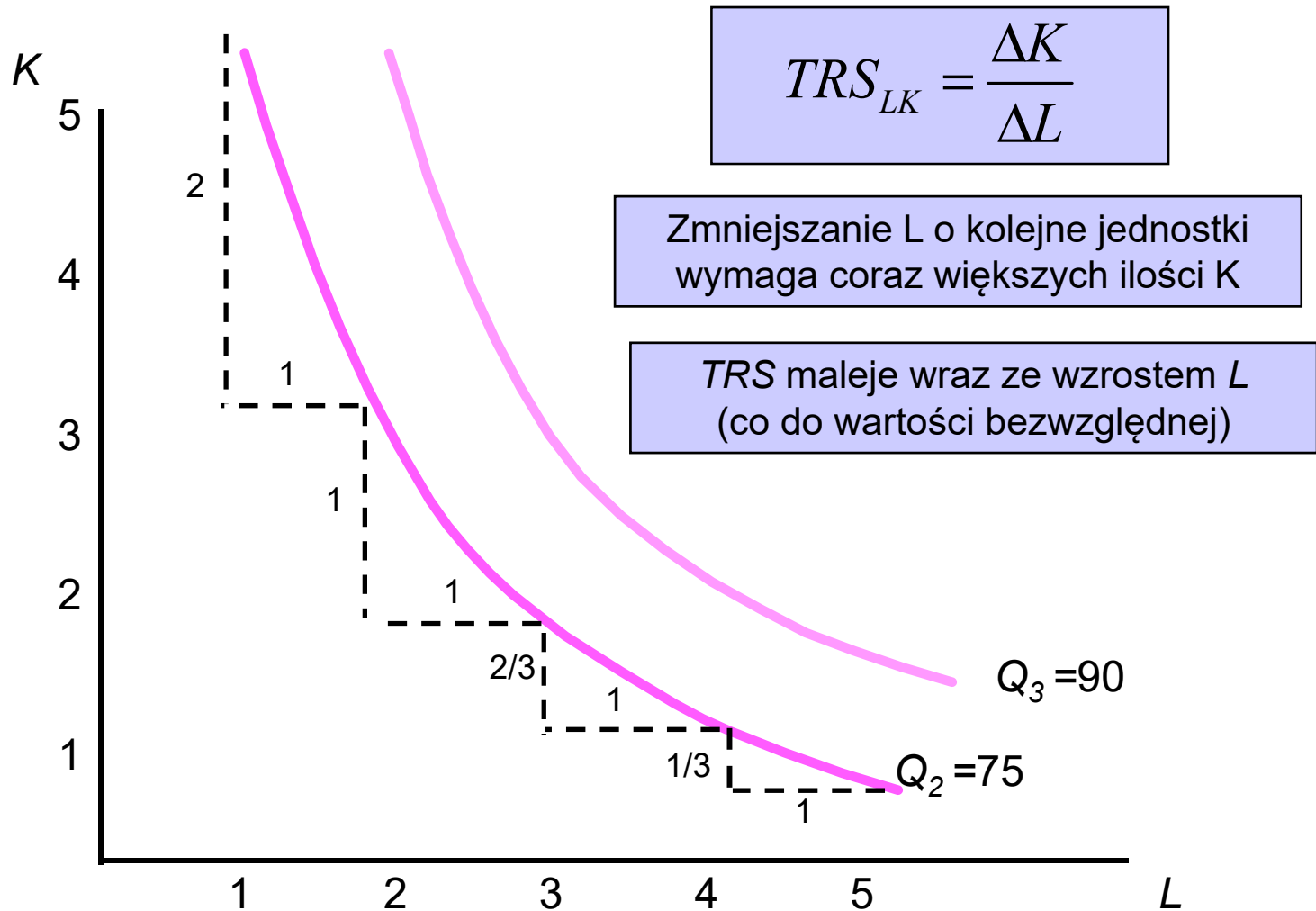
Substytucja między czynnikami

- ▶ Jaką kombinację czynników produkcji wybrać?
- ▶ Można zastąpić jeden czynnik innym i pozostać na tej samej izokwancie
- ▶ Techniczna stopa substytucji **pracy kapitałem** (*technical rate of substitution*)

$$TRS_{LK} = \frac{\Delta K}{\Delta L} \text{ (przy stałej produkcji } q\text{)}$$

- ▶ Zawsze ujemna
- ▶ 'Ile jednostek kapitału potrzeba aby zmienić ilość pracy o jednostkę'

Techniczna stopa substytucji



Krańcowa stopa technicznej substytucji

- ▶ Techniczna stopa substytucji bliska nachyleniu izokwanty (równa nie dla $\Delta L = 1$ lecz dla $\Delta L \rightarrow 0$)
- ▶ Nachylenie izokwanty obrazuje w jaki sposób jeden czynnik można krańcowo zastąpić drugim
- ▶ Krańcowa stopa technicznej substytucji *MRTS* (*marginal rate of technical substitution*)

Krańcowa stopa technicznej substytucji

- ▶ ‘Zmieniając (krańcowo) ilość jednego czynnika, jak można zmienić ilość drugiego czynnika, żeby nadal produkować tyle samo’
- ▶ Np. krańcowa stopa technicznej substytucji kapitału pracą (zmniejszając krańcowo K o ile należy zwiększyć L , żeby nadal produkować tyle samo)

$$MRTS_{KL} = \frac{dL}{dK} = -\frac{\frac{\partial f(K, L)}{\partial K}}{\frac{\partial f(K, L)}{\partial L}} = -\frac{MP_K}{MP_L}$$

- ▶ Nachylenie izokwanty (gdy na osi poziomej K , na pionowej L)
- ▶ Analogiczna do MRS w wyborze konsumenta

Krańcowa stopa technicznej substytucji – wyprowadzenie

- ▶ Funkcja 2 zmiennych $q = f(K, L)$
- ▶ Różniczka zupełna:

$$dq = \frac{\partial q}{\partial K} dK + \frac{\partial q}{\partial L} dL$$

- ▶ Ale żeby zostać na tej samej izokwancie:

$$0 = \frac{\partial q}{\partial K} dK + \frac{\partial q}{\partial L} dL$$

Krańcowa stopa technicznej substytucji – wyprowadzenie

- ▶ Przekształcając:

$$-\frac{\partial q}{\partial L} dL = \frac{\partial q}{\partial K} dK$$

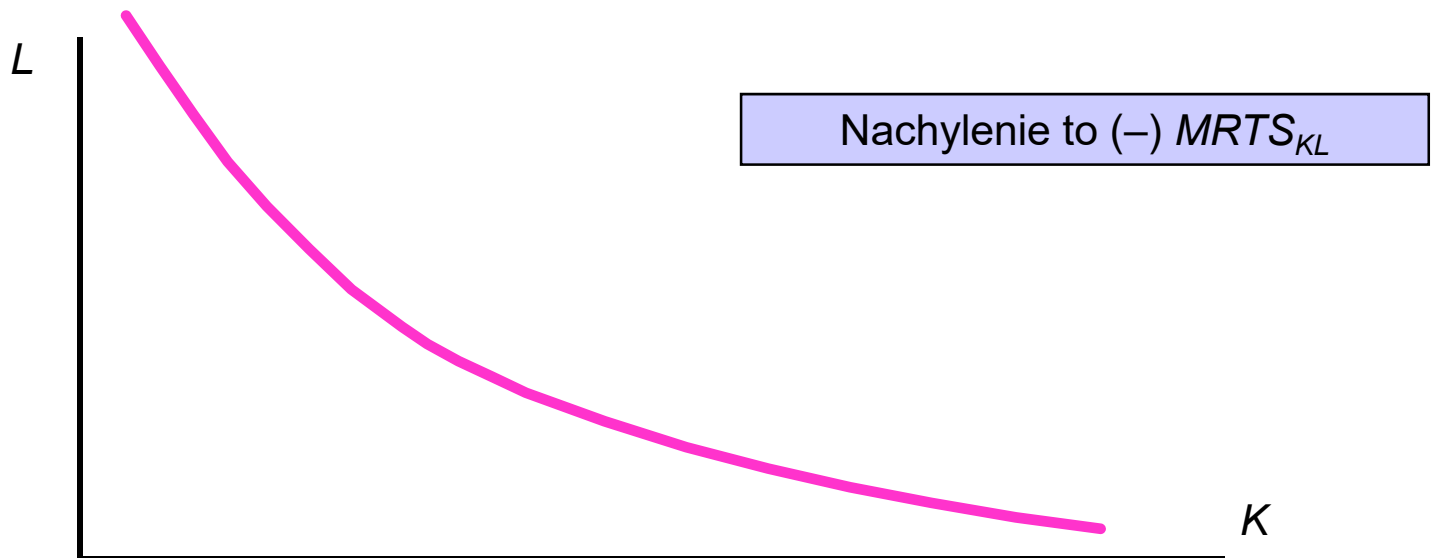
$$MRTS_{KL} = \frac{dL}{dK} = -\frac{\frac{\partial q}{\partial K}}{\frac{\partial q}{\partial L}} = -\frac{MP_K}{MP_L}$$

- ▶ Analogiczne wyprowadzenie dla funkcji większej ilości zmiennych

Krańcowa stopa technicznej substytucji

▶ Znak $MRTS$

- ▶ Formalnie zawsze ujemny
- ▶ Nachylenie izokwenty ujemne
- ▶ W praktyce często pomijany
 - ▶ Def. wzrost ilości jednostek jednego czynnika pozwala na zmniejszenie ilości jednostek drugiego



Krańcowa stopa technicznej substytucji

▶ Prawo malejącej *MRTS*

- ▶ Zastępowanie czynnika produkcji kolejnymi jednostkami innego czynnika daje coraz mniejsze efekty
- ▶ Działa dla wartości bezwzględnej *MRTS*
- ▶ Izokwanty są wypukłe

▶ Uwaga:

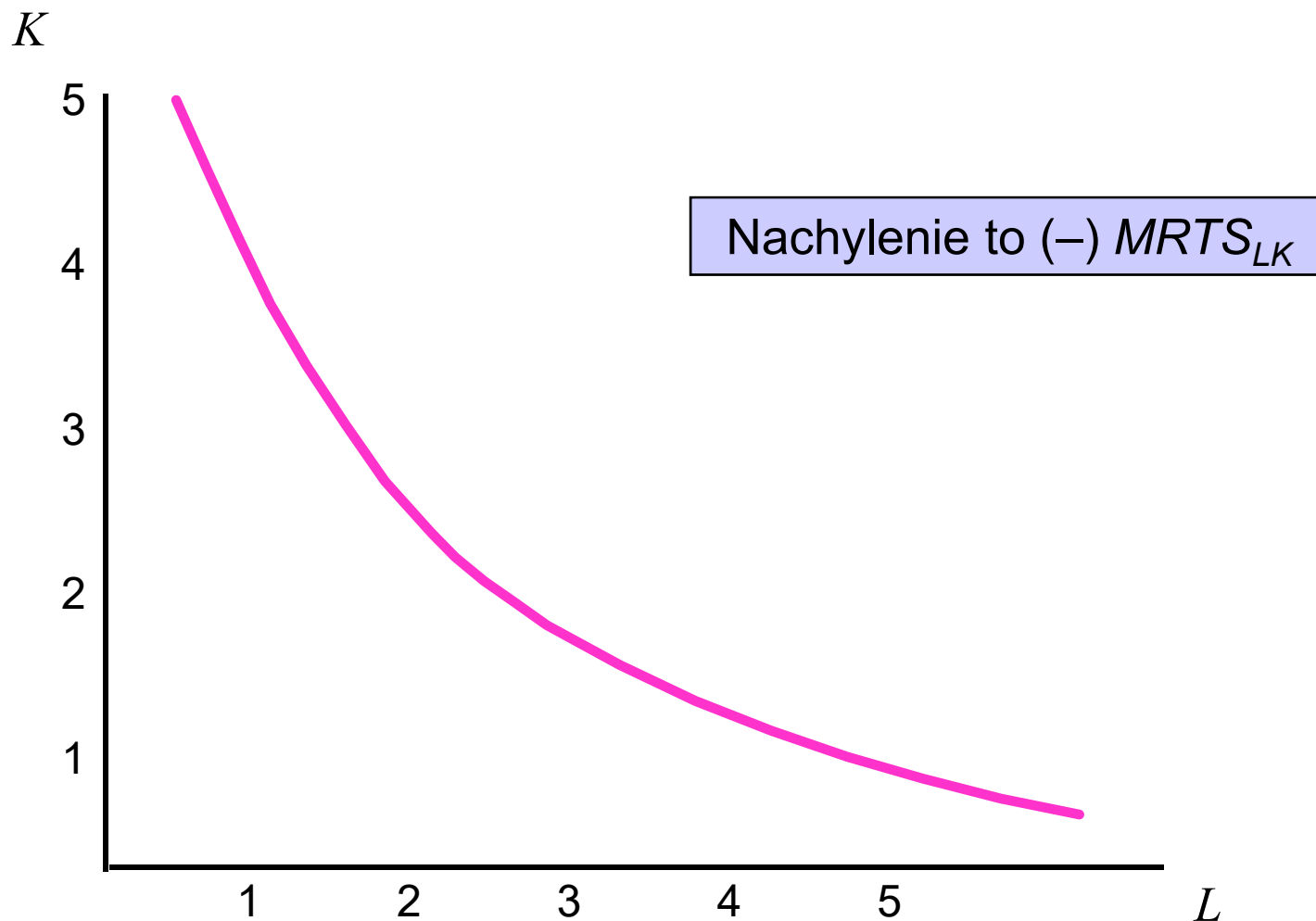
$$MRTS_{KL} = -\frac{MP_K}{MP_L} \qquad MRTS_{LK} = -\frac{MP_L}{MP_K}$$

Krańcowa stopa technicznej substytucji

$$MRTS_{KL} = -\frac{MP_K}{MP_L} = -\frac{1}{\frac{MP_L}{MP_K}} = \frac{1}{MRTS_{LK}}$$



Krańcowa stopa technicznej substytucji



Case study – krańcowa stopa technicznej substytucji pracowników wykwalifikowanych na niewykwalifikowanych



- ▶ Wykorzystując dane z lat 1980-2000 obliczono jaka jest średnia krańcowa stopa technicznej substytucji pracownika wykwalifikowanego (np. personel posługujący się komputerami) na niewykwalifikowanego w USA (Lichtenberg, 2003).
- ▶ Utrzymując produkcję i zasób kapitału każdej firmy na niezmienionym poziomie na każdego pracownika wykwalifikowanego przypada 6 pracowników niewykwalifikowanych.



Funkcje produkcji – przypadki szczególne

► Funkcja Cobba-Douglasa

$$f(K, L) = AK^\alpha L^\beta$$

- Malejące produktywności czynników jeśli:

$$\begin{cases} \alpha < 1 \\ \beta < 1 \end{cases}$$

$$MP_K = \frac{\partial f(K, L)}{\partial K} = A\alpha K^{\alpha-1} L^\beta = \frac{A\alpha L^\beta}{K^{1-\alpha}}$$

$$MP_L = \frac{\partial f(K, L)}{\partial L} = A\beta K^\alpha L^{\beta-1} = \frac{A\beta K^\alpha}{L^{1-\beta}}$$

MP malejące jeśli:

$$\alpha, \beta < 1$$

MP każdego czynnika
rośnie wraz z ilością
innego czynnika

Funkcje produkcji – przypadki szczególne

▶ Funkcja Cobba-Douglasa

- ▶ Krańcowa stopa technicznej substytucji kapitału pracą:

$$MRTS_{KL} = -\frac{MP_K}{MP_L} = -\frac{\frac{\partial f(K, L)}{\partial K}}{\frac{\partial f(K, L)}{\partial L}} = -\frac{A\alpha K^{\alpha-1} L^\beta}{A\beta K^\alpha L^{\beta-1}} = -\frac{\alpha L}{\beta K}$$

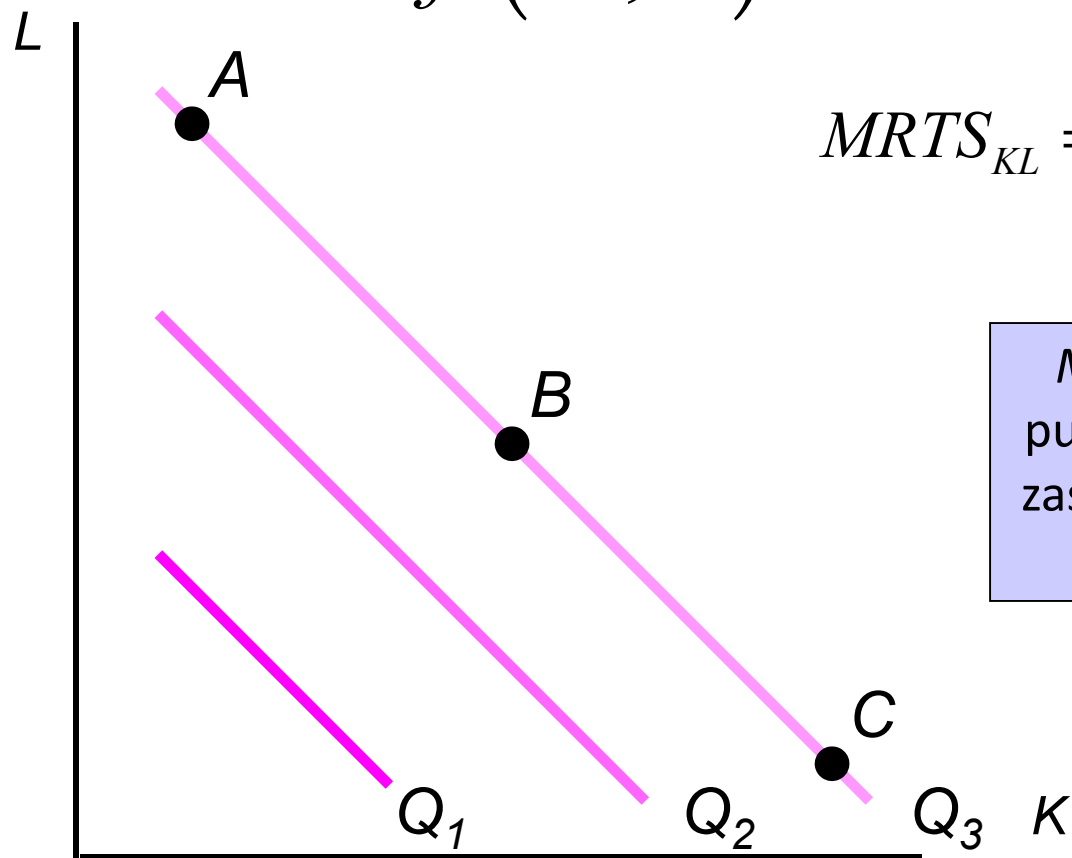
- ▶ Im więcej K tym $MRTS_{KL}$ mniejsze co do wartości bezwzględnej (im większe K , tym do zastąpienia każdej kolejnej jednostki K potrzeba coraz mniej jednostek L)

Funkcje produkcji – przypadki szczególne

- ▶ Czynniki produkcji doskonale substytucyjne

$$f(K, L) = \alpha K + \beta L$$

$$MRTS_{KL} = -\frac{MP_K}{MP_L} = -\frac{\frac{\partial f(K, L)}{\partial K}}{\frac{\partial f(K, L)}{\partial L}} = -\frac{\alpha}{\beta}$$



MRTS stałe w każdym punkcie (czynniki można zastępować zawsze w tej samej proporcji)

MP każdego czynnika niezależna od ilości innych czynników

Funkcje produkcji – przypadki szczególne

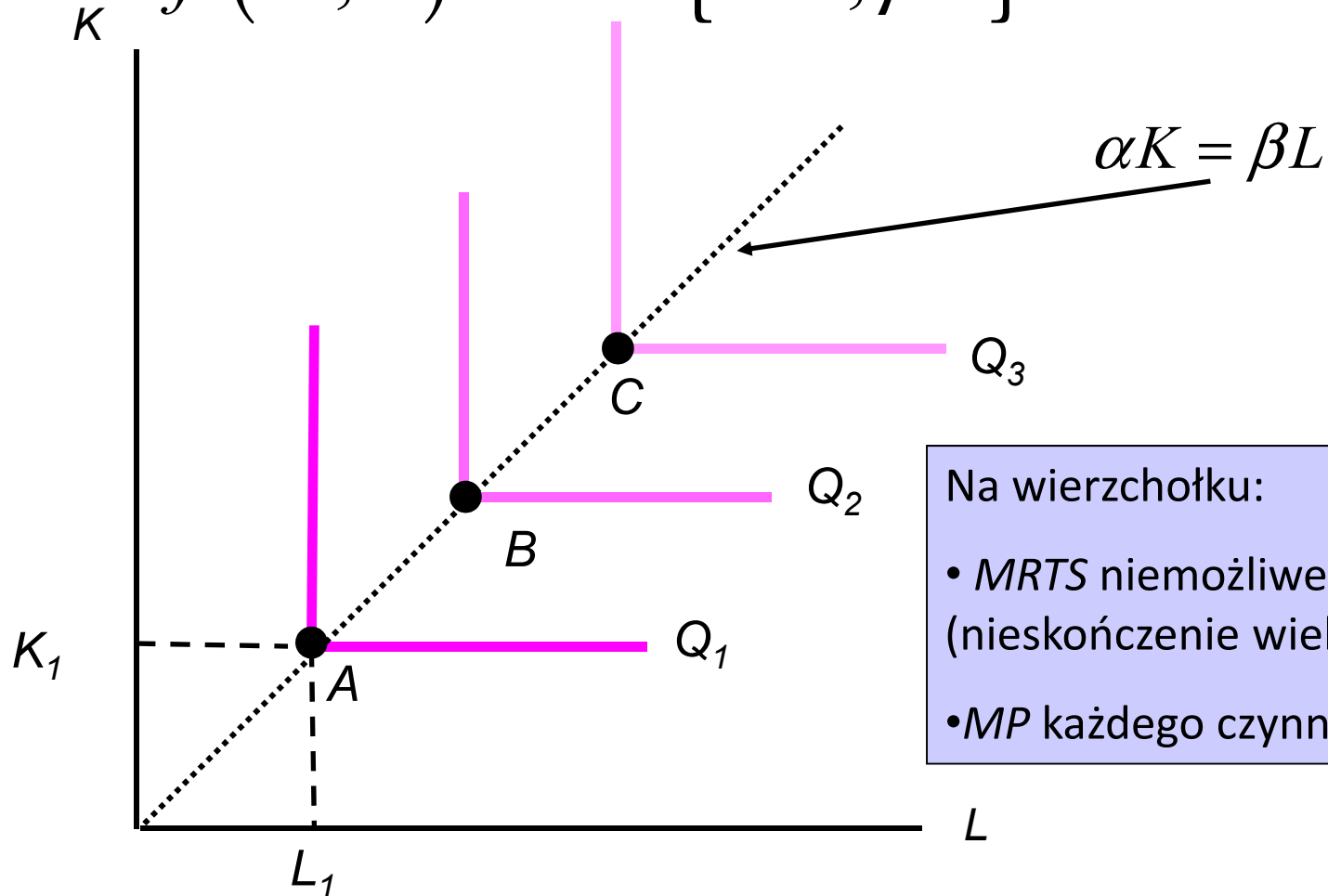
- ▶ Czynniki doskonale komplementarne

$$f(K, L) = \min\{\alpha K, \beta L\}$$

- ▶ (Funkcja Leontiefa)
- ▶ Czynniki zawsze w stałej proporcji
- ▶ Niemożliwa substytucja pomiędzy czynnikami
- ▶ Dana produkcja możliwa tylko z określoną kombinacją czynników ($\alpha K = \beta L$)
- ▶ Nie można zwiększyć produkcji bez zwiększenia obu czynników

Funkcje produkcji – przypadki szczególne

$$f(K, L) = \min\{\alpha K, \beta L\}$$



Na wierzchołku:

- $MRTS$ niemożliwe do wyznaczenia (nieskończenie wiele stycznych)
- MP każdego czynnika $= 0$

Quiz

▶ Prawda czy fałsz:

1. Zasady zaliczenia Mikroekonomii B zostały dokładnie i jasno opisane na początku semestru i dostępne są na stronie przedmiotu
2. Funkcja produkcji opisuje efektywne (maksymalne) wielkości produkcji możliwe do uzyskania z danej kombinacji czynników
3. Funkcja produkcji może mieć maksymalnie 2 czynniki produkcji
4. Krańcowa produktywność czynnika produkcji musi stać się ujemna, powyżej pewnego poziomu jego zaangażowania
5. Jeśli krańcowa produktywność jest większa niż średnia produktywność – zwiększenie zaangażowania czynnika produkcji powoduje spadek średniej produktywności
6. Krańcowa stopa technicznej substytucji mierzy 'kurs' po którym można wymieniać czynniki produkcji, przy utrzymaniu produkcji na niezmiennym poziomie
7. Dla dóbr doskonale substytucyjnych MRTS jest ujemna

Literatura

- ▶ Varian: rozdział 18
- ▶ Pindyck: rozdział 6

